

# 太陽電池セル出力電流について

太陽電池セルの出力電流は、ダイオードと同様に考えることができます。そこで、ダイオードの電流を求める事により、太陽電池セルの出力電流を求める方法を以下に示します。

## 1. 順方向バイアス

図1の様に、p型領域の方に正、n型領域の方に負の極性の外部電圧Vを加えます。すると、n型領域のフェルミ準位(Fermi level)がeVだけ上昇します。という事は障壁(barrier)の高さが拡散電位(diffusion potential)を $V_d$ として基準障壁高さ $eV_d$ から $e(V_d - V)$ へと低くなります。この事によってp型領域の多数キャリア(majority carrier)である正孔がn型領域へ、n型領域の多数キャリアである電子がp型領域へ移動します。これを順方向バイアス(forward bias)といいます。

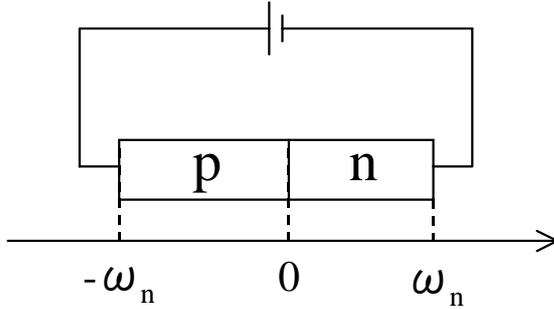


図1：順方向バイアス

## 2. 熱平衡状態

熱平衡状態とは言い換えると、拡散電流とドリフト電流が釣り合っている状態です。境界条件を図2の様に考え、釣り合いを式(1)に示します。

$$e\mu_n n E_x = eD_n \frac{\partial n}{\partial x} \quad (1)$$

式(1)において左辺がドリフト電流、右辺が拡散電流です。ここで、これに関するアインシュタインの関係式(Einstein's equation)は次の通りです。

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT} \quad (2)$$

よって、式(1)と式(2)から以下の変換が行えます。

$$\frac{dn}{dx} = \frac{\mu_n}{D_n} n E_x = \frac{en}{kT} E_x \quad (3)$$

$$\rightarrow \frac{1}{n} dn = \frac{eE_x}{kT} dx \quad (4)$$

$$\rightarrow \log n = \frac{e}{kT} \int E_x dx + C \quad (5)$$

$$= \frac{eV}{kT} + C \quad (6)$$

ここで、式(6)の両辺を対数でとれば、

$$n = C \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \quad (7)$$

この式(7)に境界条件

$$x = x_1 \rightarrow n = n_p, V = 0 \quad (8)$$

を代入して、積分定数を求めれば、

$$C = n_p \quad (9)$$

となり、もう一つの境界条件

$$x = x_2 \rightarrow n = n_n, V = V_d \quad (10)$$

より、熱平衡状態における拡散電位 $V_d$ の式が以下の様に求まります。

$$V_d = \frac{kT}{e} \log \frac{n_n}{n_p} \quad (11)$$

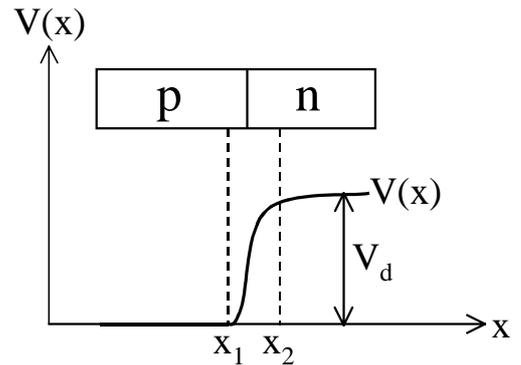


図2：p-n接合と電位の分布  
( $x_1$   $x$   $x_2$ の範囲内が空乏層です)

## 3. 電子の分布関数を求める

図1の様な順方向バイアスで熱平衡状態ならば、式(11)より、

$$n_p = n_n \exp\left(-\frac{eV_d}{kT}\right) \quad (12)$$

となります。また、n型領域に存在する電子 $n_n$ が障壁 $e(V_d - V)$ を超える事のできる電子密度を $n_n'$ とすれば、

$$\begin{aligned} n_n' &= n_n \exp\left(-\frac{e(V_d - V)}{kT}\right) \\ &= n_n \exp\left(-\frac{eV_d}{kT}\right) \cdot \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

であり、これを式(12)と合せて、

$$n_n' = n_p \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \quad (14)$$

が導かれます。よって、n型領域からp型領域へ移動する電子密度は $n_n' - n_p$ ですから、

$$\begin{aligned} n_n' - n_p &= n_p \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - n_p \\ &= n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

となります。

ここで、電子の連続式を式(16)に示します。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n E_x \frac{\partial n}{\partial x} + g_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (16)$$

式(16)右辺の第1項は拡散によるもの、第2項はドリフトによるもの、第3項は生成によるもの、第4項は再結合(recombination)によって消滅するものを表しています。また、 $\tau_n$ はキャリア寿命(life time: 時定数に相当するもの)を表しています。ここで、 $E_x = 0$ 、 $g_n = 0$ ならば、次のようになります。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (17)$$

この式(17)を電子による拡散方程式(diffusion equation)といいます。

ここで、定常状態(stationary state)ならば、

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (18)$$

なので、式(17)と式(18)より、

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{1}{L_n^2} n = -\frac{n_0}{L_n^2} \quad (19)$$

となります。この微分方程式を解けば、

$$n = A \exp\left(\frac{1}{L_n} x\right) + B \exp\left(-\frac{1}{L_n} x\right) + n_0 \quad (20)$$

ここで、AとBは積分定数です。式(20)の境界条件を式(15)及び $x = -\omega_p$ での電子密度の関係より、次の式(21)及び式(22)が与えられます。

$$x = 0 \rightarrow n = n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \quad (21)$$

$$x = -\omega_p \rightarrow n = n_p \quad (22)$$

この境界条件より、式(20)の積分定数A及びBを求めると、

$$A = \frac{n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \cdot \exp\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right)}{2 \sinh\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right)} \quad (23)$$

$$B = \frac{n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \cdot \exp\left(-\frac{\omega_p}{L_n}\right)}{2 \sinh\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right)} \quad (24)$$

となります。よって、式(23)及び式(24)を式(20)へ代入すれば、

$$n = \frac{n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \cdot \sinh\left(\frac{\omega_p + x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right)} + n_0 \quad (25)$$

が求まり、これが電子の分布関数となるのです。

#### 4. ダイオード電流 $I_D$ を求める

式(25)により、電子の分布関数が求まりました。ここで、pn接合部の空乏層(depletion layer)を超えてn型領域からp型領域へ流れる電子による電流密度 $J_n$ は、 $x = 0$ での拡散電流密度、

$$eD_n \frac{\partial n}{\partial x} \quad (x \rightarrow 0) \quad (26)$$

と等しくなければなりません。よって、

$$\begin{aligned} J_n &= eD_n \frac{\partial n}{\partial x} \quad (x \rightarrow 0) \\ &= \frac{eD_n}{L_n} \cdot n_p \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \coth\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right) \end{aligned} \quad (27)$$

となります。また、拡散長(diffusion length)  $L_n$  と p型の領域巾  $\omega_p$  を比べれば、

$$L_n \ll \omega_p \quad (28)$$

なので、

$$\coth\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right) \cong 1 \quad (29)$$

となり、式(29)を式(27)へ代入すれば、

$$J_n = \frac{eD_n n_p}{L_n} \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \quad (30)$$

が求まり、これが電子による電流密度です。また、同様にして、正孔による電流密度 $J_p$  ( $L_p \ll \omega_n$ ) を求めれば、

$$J_p = \frac{eD_p p_n}{L_p} \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \quad (31)$$

となるのです。よって、式(30)及び式(31)により、結局、pn接合部を流れるダイオード電流密度 $J$ は、次の様な式(32)によりあらわす事ができます。

$$J = J_n + J_p$$

$$= e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right) \left[ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \quad (32)$$

ここで逆方向飽和電流密度  $J_0$  として、

$$J_0 = e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right) \quad (33)$$

とすれば、

$$J = J_0 \left\{ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right\} \quad (34)$$

の様に簡略化する事ができます。よって、式(33)及び式(34)にダイオードの p n 接合面積を掛ければ、逆方向ダイオード飽和電流  $I_{D0}$ 、ダイオード電流  $I_D$  が求まるのです。

## 5 . 太陽電池セル出力電流 I

太陽電池セル出力電流 I を求める際に、図3の様な太陽電池セル等価回路を考えます。

I : 太陽電池セル出力電流

V : 太陽電池セル出力電圧

$I_{ph}$  : 光誘起電流

$I_D$  : ダイオード電流

$I_{D0}$  : 逆方向ダイオード飽和電流

$R_s$  : 内部直列抵抗

$R_{sh}$  : 内部並列抵抗

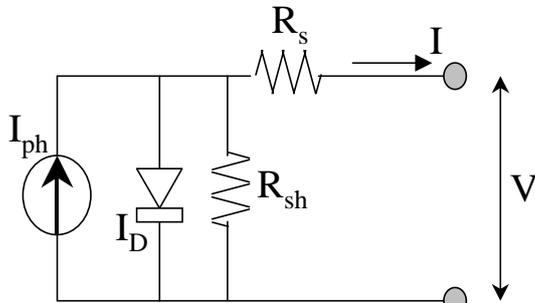


図3 : 太陽電池セルの等価回路

ダイオードにかかる電圧は  $(V + R_s I)$  であるから、式(34)より太陽電池セル出力電流 I は、

$$I = I_{ph} - I_0 \left\{ \exp\left(\frac{e(V + R_s I)}{kT}\right) - 1 \right\} - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (35)$$

という事になります。また、特に、理想的なダイオード特性とのずれを示し、p n 接合を流れる電流の成分を推定する理想係数 (ideality factor)  $n$  を式(35)に加えれば、最終的に太陽電池セル出力電流 I は次のようになります。

$$I = I_{ph} - I_0 \left\{ \exp\left(\frac{e(V + R_s I)}{nkT}\right) - 1 \right\} - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (36)$$

また、ダイオード電流密度  $J$ ・式(34)をこの理想係数 (diode factor ともいう) を用いて書けば、

$$J = J_0 \left\{ \exp\left(\frac{eV}{nkT}\right) - 1 \right\} \quad (37)$$

となり、こちらの方が経験的により正確にあらわしています。式(37)において、理想係数  $n$  は一般的に次の関係が知られています。

$n = 1$  : 拡散電流

$n = 2$  : 再結合による電流

また、これとは関係なく大電流領域では理想係数が大きくなる事がありますが、これは、半導体基板の直列抵抗による電圧降下に起因するものです。

## 付録 . アインシュタインの関係式

項目2の式(2)の関係式をアインシュタインの関係式といいますが、いったいどうしてこういう関係があるのかを説明します。

伝導帯中の電子  $n$  は、

$$n = N_C^* \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad (38)$$

で表され、 $N_C^*$  は有効状態密度 (effective state density) といひ、

$$N_C^* = 2 \cdot \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (39)$$

です。また、 $m_n^*$  は電子の有効質量 (effective mass) であり、電子の静止質量を  $m_0 (= 9.109 \times 10^{-31} [\text{kg}])$  とすれば、 $S_i$  の場合で  $m_n^* = 0.33 \times m_0$  となります。この関係を用いれば、式(39)は次の様に書き換えられます。

$$N_C^* = 4.82 \times 10^{21} \cdot T^{3/2} \cdot \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} [m^{-3}] \quad (40)$$

式(40)ならば、 $S_i$  の場合は  $(m_n^* / m_0) = 0.33$  ですから簡単に算出する事ができます。

ダイオードに外部電圧が掛けられている為、 $E_c$  は  $x$  の関数となります。ここで、式(38)の両辺を  $x$  で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial x} &= -\frac{1}{kT} \cdot N_C^* \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \cdot \frac{\partial E_C}{\partial x} \\ &= -\frac{n}{kT} \cdot \frac{\partial E_C}{\partial x} \end{aligned} \quad (41)$$

となります。一方、内部電解  $E_x$  と電位  $V$  には、電磁気の基本式でもある、

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad (42)$$

が成り立ちます。また、伝導帯レベル  $E_c$  は、

$$E_c = -eV \quad (e < 0) \quad (43)$$

なので、式(42)及び式(43)より、

$$\frac{\partial E_c}{\partial x} = e \cdot E_x \quad (44)$$

となります。よって、式(44)を式(41)へ代入すると、

$$\frac{\partial n}{\partial x} = -\frac{eE_x}{kT} n \quad (45)$$

ここで、熱平衡状態として、式(45)を式(1)へ代入すると、

$$e \mu_n n E_x = e D_n \cdot \left( -\frac{eE_x}{kT} n \right) \quad (46)$$

$$\rightarrow \frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}$$

となります。正孔に関しても同様にすれば、

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \quad (47)$$

が導けます。よって、式(46)及び式(47)より、

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT} \quad (48)$$

となり、式(48)はアインシュタインの関係式です。

## 付録 2 . 有効状態密度の導出法

式(39)の有効状態密度  $N_c^*$  を導く方法を説明しましょう。

ド・ブロイ波の関係式を式(49)に、ブラッグの条件式を式(50)に示す。

$$m \nu = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h}{m \nu} \quad (49)$$

$$2d \sin \theta = n \lambda \rightarrow \lambda = \frac{2d \sin \theta}{n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (50)$$

式(50)において、 $d \cdot \sin \theta = L$  (結晶寸法)とすれば、

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (51)$$

となり、式(49)及び式(51)より、

$$\nu = \frac{nh}{2mL} \quad (52)$$

が得られます。また、結晶中でのポテンシャルエネルギー  $P$  はかなり小さいので、 $P = 0$  とします。よって、電子がもつエネルギー  $E$  は、運動エネルギーと等しくなるので、

$$E = \frac{1}{2} m \nu^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (53)$$

となります。ここで、3次元で考えると、式(53)は次のようになります。

$$E = \frac{h^2}{8m} \left( \frac{n_x^2}{L^2} + \frac{n_y^2}{L^2} + \frac{n_z^2}{L^2} \right) \quad (54)$$

式(54)の括弧内におけるそれぞれの項は、それぞれの方向の量子数を示しています。また、量子数を決定する寸法はそれぞれの方向で異なりますが、ここでは  $L$  で統一しました。電子の存在する場所が原点から距離  $r$  の薄い巾 ( $dE$ ) の球殻だとすれば、

$$r^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{8mL^2}{h^2} E \quad (55)$$

となります。これより、この球体の体積  $V$  は、

$$V(r) = 4\pi r^2 \cdot dr$$

$$= 4\pi \cdot \frac{8mL^2}{h^2} E \cdot dr \quad (56)$$

$$= \frac{32\pi mL^2 E}{h^2} \cdot dr$$

ここで、 $(dE / dr)$  を求めれば、

$$\frac{dE}{dr} = \frac{d \left( \frac{h^2}{8mL^2} r^2 \right)}{dr} = \frac{h^2}{4mL^2} r$$

$$= \frac{h^2}{4mL^2} \sqrt{\frac{8mL^2}{h^2} E}$$

$$= \frac{h\sqrt{E}}{L\sqrt{2m}} \quad (57)$$

ということは、

$$dr = \frac{L\sqrt{2m}}{h\sqrt{E}} dE \quad (58)$$

です。よって、式(56)及び式(58)から、

$$V(E) = \frac{32\pi mL^2 E}{h^2} \cdot \frac{L\sqrt{2m}}{h\sqrt{E}} \cdot dE$$

$$= \frac{32\pi m^{3/2} L^3 \sqrt{2E}}{h^3} \cdot dE \quad (59)$$

となり、これが、その許容状態(レベル)と等しくなります。ここで、パウリの排他律(Pauli's exclusion principle)によれば、"1つの許容状態(レベル)には1つの電子しか存在しない。但し、スピンの事を考慮に入れれば1つの許容状態に2つの電子が存在する。"という事が知られています。ここで、 $n_x$ 、 $n_y$ 、 $n_z$  は正の整数であり、また、スピンの事を考慮に入れれば、許容状態密度  $G(E)$  は、 $V(E)$  と次の関係になる。

$$G(E) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{V(E)}{dE} \quad (60)$$

従って、

$$G(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2} L^3}{h^3} \sqrt{E} \quad (61)$$

となる。よって、単位体積 ( $L^3$ ) 当たりの許容状態密度  $N(E)$  は、

$$N(E) = \frac{G(E)}{L^3} = \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{*3/2}}{h^3} \sqrt{E} \quad (62)$$

となります。

ここで、フェルミ・ディラックの分布関数  $f(E)$  は、次のとおりです。

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \quad (63)$$

もし、 $E - E_F \gg kT$  ならば、

$$1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) \cong \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) \quad (64)$$

であるから、このとき  $f(E)$  は、

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) \quad (65)$$

となります。

これで、伝導帯中の電子密度である有効状態密度  $N_c^*$  を導く準備はできました。

図4に、 $f(E)$  と  $N(E)$  の分布を示します。

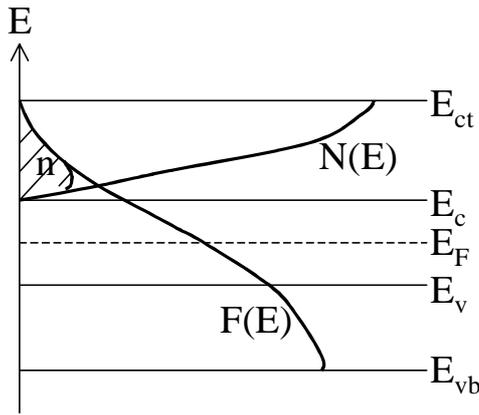


図4：  $f(E)$  と  $N(E)$  の分布  
(斜線部内が電子密度  $n$  をあらわす)

微小電子密度  $dn$  を考えると、

$$dn = N(E) \cdot f(E) \quad (66)$$

であるから、電子密度はこれを積分して、

$$n = \int_{E_c}^{E_{ct}} dn \quad (67)$$

により求める事ができる。ここで、式(62)より、伝導帯中の許容状態密度  $N_c(E)$  は、

$$N_c(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{*3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c} \quad (68)$$

となります。ここで、 $E - E_F \gg kT$  ならば、式(65) 及び式(68)を式(66)へ代入する事により、式(67)は次の様になります。

$$\begin{aligned} n &= \int_{E_c}^{\infty} \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{*3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c} \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) \cdot dE \\ &= \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{*3/2}}{h^3} \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \cdot dE \end{aligned} \quad (69)$$

ここで、 $E_{ct} =$  となっているのは、 $f(E) = 1$  の状態を  $E_{ct}$  としたからです。本来、 $f(E)$  関数は  $E$  が無限大まで続くのですが、図示する時にそれでは描けないのでこうしたものです。

式(69)のうち、積分部分を

$$\int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \cdot dE = I \quad (70)$$

と置きます。また、ここで、

$$\frac{E - E_c}{kT} = x \quad (71)$$

とすれば、式(70)は、

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\infty} kT \sqrt{kTx} \cdot \exp\left(-x - \frac{E_c}{kT}\right) \cdot dx \\ &= (kT)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_c}{kT}\right) \cdot \int_0^{\infty} \sqrt{x} \cdot \exp(-x) \cdot dx \\ &= (kT)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_c}{kT}\right) \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \end{aligned} \quad (72)$$

となり、式(69)及び式(70)・式(72)より、

$$\begin{aligned} n &= 4\pi \cdot \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \cdot I \\ &= 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \\ &= N_c^* \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \end{aligned} \quad (73)$$

$$\frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{*3/2}}{h^3} = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2} \quad (74)$$

となるので、有効状態密度  $N_c^*$  は、

$$N_c^* = 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \quad (75)$$

であり、式(75)は式(39)と同じになっています。